

КРИТЕРИИ ПРОВЕРКИ
муниципального этапа всероссийской олимпиады школьников
2025-2026 учебный год

по МАТЕМАТИКЕ
9 класс

На олимпиаде используется 7-балльная шкала: каждая задача оценивается целым числом баллов от 0 до 7. Итог подводится по сумме баллов, набранных участником. Основные принципы оценивания приведены в таблице:

Баллы	Критерии оценивания
7	Полное верное решение.
6	Верное решение. Имеются небольшие недочеты, в целом не влияющие на решение.
4–5	Решение содержит незначительные ошибки, пробелы в обоснованиях, но в целом верно и может стать полностью правильным после небольших исправлений или дополнений. В задаче «Оценка + пример» доказана оценка.
2–3	Доказаны вспомогательные утверждения, помогающие в решении задачи. В задаче «Оценка + пример» построен пример.
1	Рассмотрены отдельные важные случаи при отсутствии решения (или при ошибочном решении).
0	Решение неверное, продвижения отсутствуют.
0	Решение отсутствует.

Кроме того,

- 1) результатом выполнения каждого задания должна быть запись полного решения со всеми необходимыми обоснованиями и выводами; ответ без обоснований (если они требуются) оценивается в 0 баллов;
- 2) любое правильное (полное) решение оценивается в 7 баллов; недопустимо снятие баллов за то, что решение слишком длинное, или за то, что решение школьника отличается от приведенного в методических разработках или от других решений, известных жюри; при проверке работы важно вникнуть в логику рассуждений участника, оценивается степень ее правильности и полноты;
- 3) олимпиадная работа не является контрольной работой, поэтому любые исправления в работе, в том числе зачеркивание ранее написанного текста, не являются основанием для снятия баллов; недопустимо снятие баллов в работе за неаккуратность записи решений при ее выполнении;
- 4) баллы не выставляются «за старание участника», в том числе за запись в работе большого по объему текста, не содержащего продвижений в решении задачи;
- 5) если к задаче приведены указания к оцениванию – они имеют приоритет над общими указаниями.

1. У Ирины есть 100 карточек с натуральными числами от 1 до 100. На каждой карточке написано по одному числу, все они различны. Как ей выложить их друг за другом таким образом, чтобы многозначное число, которое можно прочесть слева направо, было максимальным? Переворачивать карточки нельзя.

Ответ. 99 9 98 97 96 95 94 93 92 91 90 89 88 8 ... 20 19 ... 12 11 1 10 100.

Решение. Понятно, что первым должно идти число 99, а за ним — 9 (или наоборот). После этого числа 98, 97, ..., 90, 89 на каждом шаге — это максимально возможные числа с наибольшей первой цифрой. Затем аналогично должны идти числа 88 и 8 (или снова наоборот). После этого числа 87, 86, ..., 80, 79, 78 на каждом шаге — это максимально возможные числа с наибольшей первой цифрой. Продолжая рассуждать аналогично, мы дойдём до чисел 20, 19, ..., 12, 11 и 1. На последнем шаге мы должны выбрать между числами 10 и 100. Но $10100 > 10010$, так что получается ответ.

Ошибка в последнем 10100 и 10010 — минус 2 балла.

2. На плоскости проведены девять прямых, они образовали 21 точку пересечения. В 19 из этих точек пересекаются две прямые, в одной — четыре, в одной — пять. Были ли среди прямых параллельные?

Ответ: Да, были.

Решение. Посчитаем количество пар пересекающихся прямых: $19 \cdot 1 + 1 \cdot C_2^4 + 1 \cdot C_2^5 = 35$. Если бы не было параллельных, то любые две прямые пересекались, точек пересечения было бы $C_2^9 = 36$.

Только ответ — да, можно — 0 баллов.

3. Какое наибольшее количество клеток можно отметить в прямоугольнике 9×8 так, чтобы никакие две отмеченные клетки не были соседними по стороне, а также не соприкасались друг с другом левым верхним и правым нижним углами?

Решение:

Оценка. Разобьём фигуру на прямоугольники 3×2 (2 столбца, 3 строки), всего 12 прямоугольника. Если в одном столбце прямоугольника отмечено две клетки, то это обязательно верхняя и нижняя, но тогда другой столбец пуст. В противном случае в каждом столбце не более одной отмеченной клетки. Таким образом, в каждом прямоугольнике не более двух отмеченных клеток, поэтому всего отмечено не более 24 клеток.

Пример. Пронумеруем строки снизу вверх и слева направо числами от 1 до 8 и 9. В качестве примера подойдут клетки, у которых номера строки и столбца дают одинаковые остатки при делении на 3. Таких клеток ровно треть от общего числа, то есть 24.

	1	2	0	1	2	0	1	2
1								
2								
0								
1								
2								
0								
1								
2								
0								

Только пример – 3 балла. (обосновывать пример не обязательно)

Только оценка – 4 балла.

4. На столе лежат 20 карточек, на которых написаны числа $-9, -8, \dots, -1, 0, 1, \dots, 9, 10$. Каждый минуту производится следующая операция. Выбираются несколько карточек, сумма чисел на которых равна общему количеству карточек в данный момент, а затем выбранные карточки удаляются со стола, а числа на оставшихся карточках увеличивают на 1. Могло ли так произойти, что через некоторое количество шагов на столе останется ровно 1 карточка?

Решение: будем следить за суммой чисел на карточках. Пусть на очередном шаге было удалено k карточек, а осталось s карточек. Тогда после удаления сумма уменьшилась ровно на $s + k$, а затем увеличилась на s . То есть в итоге сумма уменьшилась на k . Предположим, что в конце осталась одна карточка. Тогда было удалено 19 карточек, а значит, итоговое число на оставшейся карточке должно быть равно

$$-9 - 8 - \dots - 1 + 0 + 1 + \dots + 9 + 10 - 19 = -9.$$

Но такое число могло получиться только из карточки с исходным числом -9 , если не было проведено ни одного удаления, что невозможно. Следовательно, одна карточка в конце остаться не может.

Продвижение 3 балла – установлено, что за каждый ход полуинвариант на $-k$ от общей суммы чисел.

5. Точка I — центр вписанной окружности треугольника ABC , в котором $\angle B = 60^\circ$. Биссектриса угла AIC пересекает AC в точке L . Точка O — центр описанной окружности треугольника BIL . Докажите, что середина отрезка OI лежит на прямой AC .

Решение. Пусть точка I' симметрична точке I относительно прямой AC . Отразим точку I относительно I' и получим точку T . Поскольку $\angle B = 60^\circ$, то $BI = 2r = II' = I'T$. Кроме того, $IL = LI'$ и счётом углов несложно понять, что $\angle BIL = \angle LI'T$. Тогда треугольники BIL и $T'I'I$ равны, откуда $\angle LTI' = \angle LBI$. Значит, точка T лежит на описанной окружности треугольника BIL , а её центр O — на серединном перпендикуляре к IT . Итого, $\angle LI'O = 90^\circ$. Остаётся заметить, что $AC \parallel OI'$ и проходит через середину II' , а, значит, и через середину OI .